

$E_c$ の座標を $(x_{Ec}, y_{Ec}, z_{Ec})$ とし、

線分の両端を $T_A(x_{TA}, y_{TA}, z_{tA}), T_B(x_{TB}, y_{TB}, z_{tB})$

$$\vec{e_{cz}} = (x_{ecz}, y_{ecz}, z_{ecz})$$

$$\vec{T_aP} = t\vec{T_A T_B} \quad (0 \leq t \leq 1)$$

とする。

(i)  $T_A, T_B$ の両方が視野に入っている場合

何も問題はない。そのまま描画すればよい。

次の(ii),(iii)の場合はクリッピングが必要である。

(ii)  $T_A, T_B$ のいずれか一方が視野内にあり、他方が視野外にある場合

(iii)  $T_A, T_B$ のいずれもが視野外にある場合

(ii),(iii)に備えて、数式を立ててみる。

視野角は  $60^\circ$  で、 $|\vec{e_{cz}}| = 1$ だから、

P の条件は、

$$\vec{E_cP} \cdot \vec{e_{cz}} = \frac{1}{2} |\vec{E_cP}| \dots\dots \star$$

両辺を二乗して4倍すると、

$$4(\vec{E_cP} \cdot \vec{e_{cz}})^2 = |\vec{E_cP}|^2 \dots\dots \star$$

ここで、

$$\vec{E_cP} = (x_{TA} - x_{Ec} + (x_{TB} - x_{TA})t, y_{TA} - y_{Ec} + (y_{TB} - y_{TA})t, z_{TA} - z_{Ec} + (z_{TB} - z_{TA})t)$$

であり、

$$k_1 = x_{TA} - x_{Ec}$$

$$k_2 = y_{TA} - y_{Ec}$$

$$k_3 = z_{TA} - z_{Ec}$$

$$k_4 = x_{TB} - x_{TA}$$

$$k_5 = y_{TB} - y_{TA}$$

$$k_6 = z_{TB} - z_{TA}$$

とおくと、

$$\vec{E_cP} = (k_1 + k_4t, k_2 + k_5t, k_3 + k_6t)$$

$$|\vec{E_cP}|^2 = (k_4^2 + k_5^2 + k_6^2)t^2 + 2(k_1k_4 + k_2k_5 + k_3k_6)t + (k_1^2 + k_2^2 + k_3^2)$$

であり、

$$k_7 = k_4^2 + k_5^2 + k_6^2$$

$$k_8 = 2(k_1k_4 + k_2k_5 + k_3k_6)$$

$$k_9 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2$$

とおくと、

$$|\overrightarrow{E_cP}|^2 = k_7t^2 + k_8t + k_9$$

また、

$$\overrightarrow{E_cP} \cdot \overrightarrow{e_{cz}} = (k_4x_{ecz} + k_5y_{ecz} + k_6z_{ecz})t + (k_1x_{ecz} + k_2y_{ecz} + k_3z_{ecz})$$

$$k_{10} = k_4x_{ecz} + k_5y_{ecz} + k_6z_{ecz}$$

$$k_{11} = k_1x_{ecz} + k_2y_{ecz} + k_3z_{ecz}$$

とおくと、

$$\begin{aligned}\overrightarrow{E_cP} \cdot \overrightarrow{e_{cz}} &= k_{10}t + k_{11} \\ \therefore (\overrightarrow{E_cP} \cdot \overrightarrow{e_{cz}})^2 &= k_{10}^2t^2 + 2k_{10}k_{11}t + k_{11}^2\end{aligned}$$

以上より、★から、

$$(4k_{10}^2 - k_7)t^2 + (8k_{10}k_{11} - k_8)t + (4k_{11}^2 - k_9) = 0$$

$$a = 4k_{10}^2 - k_7$$

$$b = 8k_{10}k_{11} - k_8$$

$$c = 4k_{11}^2 - k_9$$

とおくと、

$$at^2 + bt + c = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{\circ}$$

判別式を D とする。

(ii),(iii)について考えてみる。

(ii)のとき

図形的に考えて◎は  $0 \leq t \leq 1$  の範囲にただ一つの有意義な解をもつ。

$0 \leq t \leq 1$  以外の範囲にも解が存在する可能性はある。

◎を解くと

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

だが、そのうち 0 以上 1 以下のものが求める解。

(iii)のとき

$$(A) D \leq 0$$

アウト。

$D < 0$  の時、解は存在せず、 $D = 0$  の時、線分は点としてしか見えないので描かなくて差し支えない。

(B)  $0 < D$

※今、「クリッピングが可能」 $\Leftrightarrow$ 「線分と視野円錐は 2 点で交わる」が真であることに留意。

(ア) 2 解のうち、 $0 \leq t \leq 1$  でないものがある

アウト。

(イ) 2 解とも  $0 \leq t \leq 1$  を満たす

(あ) 2 解のうち、 $\overrightarrow{E_c P} \cdot \overrightarrow{e_{cz}} > 0$  を満たさないものがある

アウト。

(い) 2 解とも  $\overrightarrow{E_c P} \cdot \overrightarrow{e_{cz}} > 0$  を満たす

それらが解。